

NĚKTERÉ MOŽNOSTI GEOGRAFICKÉHO MODELOVÁNÍ POMOCÍ FUZZY MNOŽIN

Lubomír MÜLLER

Abstract: *The paper demonstrates some possibilities of modelling the geomorphological processes, particularly the coral reefs by fuzzy sets.*

Key words: *geography, geomorphology, modelling, fuzzy sets, fuzzy approximation*

Úvod

Geografické modely mají velmi důležitý význam. Takové modelování je založeno na fyzikálních zákonech, které jsou většinou popsány nelineárními, komplexními soustavami parciálních diferenciálních rovnic. Řešení takových rovnic je obtížné a ne vždy je snadné získat všechny potřebné parametry, zejména v požadované přesnosti. Byly vytvořeny ještě další modely, které se zakládají na jiných metodách řešení, ale ani jejich řešení není nejlehčí. Jako výhodné se ukázalo použití techniky fuzzy aproximace k vytvoření modelu uhličitě sedimentace, v našem případě tedy růstu a vývoji korálových útesů. Hlavní důvody k využití této metody jsou:

Můžeme formalizovat a zpracovávat informace přesnými matematickými cestami, tzn. máme dovoleno zpracovávat kvantitativní informace (informace získané studiem dat vztahujících se k minulosti) v přirozených, souvislých podobách.

Je dostatečně silná a efektivní pro numerické modelování sedimentačních procesů (na rozdíl od komplikovaných modelů, které musí řešit několik množin parciálních diferenciálních rovnic).

A protože geomorfologické procesy jsou většinou velmi pomalé a my můžeme změny v této oblasti popisovat nejlépe kvantitativně, budeme využívat tuto techniku v dalším zpracování.

Metodika

Teorie fuzzy množin a fuzzy logika jsou matematické disciplíny, které vznikly již téměř před 40-ti lety. Získaly si značnou popularitu zejména koncem 80. a 90. let, a to zejména pro aplikace uskutečněné v Japonsku a později i v dalších zemích. Zakladatelem teorie fuzzy množin a fuzzy logiky je L. A. Zadeh, který jako první napsal práci z této oblasti. Fuzzy logika klasickými matematickými přístupy je jen velmi obtížně popsatelná. Je tedy výhodně použitelná pro numerické vyjádření, např. geomorfologických procesů odehrávajících se v dávné minulosti. Fuzzy logika a fuzzy množiny jsou tedy mocnými matematickými nástroji pro modelování. Jejich role je významná, když definujeme komplexní jev, který je těžce popsatelný tradičními matematickými metodami. Zejména se využívá, když našim cílem je nalézt dobrou aproximaci řešení. V této práci bude představena jedna z metod fuzzy aproximace tzv. F – transformace. Postupně budeme aplikovat přímou a zpětnou F- transformaci a nakonec derivaci funkce na základě F-transformace.

Mgr. Lubomír Müller, PhD.

*Katedra fyzické geografie a geoekologie, Přírodovědecká fakulta, Ostravská univerzita
Chittussiho 10, 710 00, Ostrava, e-mail: lubomir.muller@osu.cz*

Následující definice nám tyto transformace blíže popíší.

Přímá F- transformace:

Nechť $f(x)$ je spojitá funkce na $[a, b]$ a $A_1(x), \dots, A_n(x)$ jsou bazické funkce. Potom řekneme, n -tice reálných čísel $[F_1, \dots, F_n]$ je *přímá F-transformace funkce f vzhledem k $A_1(x), \dots, A_n(x)$* , jestliže

$$F_k = \frac{\int_a^b f(x) A_k(x) dx}{\int_a^b A_k(x) dx}$$

Zpětná F – transformace.

Nechť $F_n[f] = [F_1, \dots, F_n]$ je přímá transformace funkce $f(x)$ vzhledem k $A_1(x), \dots, A_n(x)$. Potom funkci

$$f_{F,n}(x) = \sum_{k=1}^n F_k A_k(x)$$

budeme nazývat *zpětná F – transformace*.

Aplikace na problém

Naším cílem je sestavit model růstu korálů na základě fuzzy aproximace. Je známo, že korály žijí v symbióze s řasami. Řasy pobývají přímo v těle živočichů a produkují kyslík a sacharidy, které, jsou důležité právě pro růst korálů. Útesotvorné korály tak nemohou žít všude. Jelikož jsou mimo jiné závislé na fotosyntéze probíhající v řasách, je pro ně důležitá intenzita světla. A jelikož s hloubkou ubývá množství světla, tak se zmenšuje i produkce uhličitane vápenatého tvořící kostru korálů a tedy růst útesů ses přibývajícím hloubkou zpomaluje. Uvedený geografický model vyvinuli Bosscher a Schlager (Bosscher, H., Schlager, W., 1992), zejména pro simulaci růstu korálového útesu Alcrán v Mexiku v období holocénu. Potřebné údaje získávali pomocí geologických vrtů, měřením či pozorováním. Tuto úlohu pak řešili pomocí Runge-Kuttovy metody 4. řádu. Naším cílem bude s využitím jejich modelu a databáze řešit tuto úlohu pomocí fuzzy aproximací.

Model geomorfologického růstu útesu byl popsán pomocí následující diferenciální rovnice:

$$\frac{dh(t)}{dt} = G_m \tanh \left(\frac{I_o}{I_k} \exp(-k[(h_o + h(t) - (s_o + s(t)))) \right) \quad (1)$$

kde

- h_o – počáteční hloubka
- $h(t)$ – růstový přírůstek v čase
- s_o – počáteční úroveň mořské hladiny
- $s(t)$ – změna mořské hladiny v čase

Hodnoty veličin jsou následující:

$G_m = 12 \text{ mm yr}^{-1}$ (jednotka yr znamená počet roků)

$k = 0,15 \text{ m}^{-1}$, $I_o = 2000 \text{ } \check{E} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$, $I_o = 400 \text{ } \check{E} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$, $s_o = 0$ a $h_o = 0$

Dále uvažujeme 4 případy, kdy začal útes růst. K zaplavení této části Země došlo přibližně před 10 000 až 9 500 lety, ale podmínky pro život korálů, a tedy růst korálových útesů, se vytvořily až po určité době. Tato doba se odhaduje na 500 – 2 500 let. Takže budeme uvažovat 4 případy, kdy začal útes růst a to buď před 7 800, 7 900, 8 000, 8 100 lety. Těmto 4 případům odpovídají následující počáteční podmínky:

$h(7\,800) = 33,6 \text{ m}$, $h(7\,900) = 33,6 \text{ m}$, $h(8\,000) = 33,6 \text{ m}$ a $h(8\,100) = 33,6 \text{ m}$

Naším cílem bude řešit tyto 4 úlohy pomocí fuzzy aproximací a porovnat tato řešení s řešením Bosscher a Schlagera, kteří ji řešili numericky pomocí Rubte-Kuttovy metody 4. řádu a výsledky obou řešení porovnat.

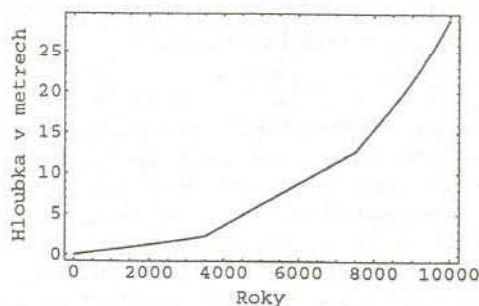
Pro určení přibližné hodnoty $s(t)$ v časech 0, 500, 1 000, 1 500, ..., 10 000, tedy $s(500(k-1))$, kde $k = 1, \dots, 21$ použijeme přímé F – transformace, jelikož tyto hodnoty budou tvořit komponenty F_k , kde $k = 1, \dots, 21$.

Dále použijeme zpětnou F – transformaci, tedy

$$s(t) = \sum_{k=1}^{21} F_k A_k(t)$$

kde $A_k(t)$ jsou bazické funkce trojúhelníkového tvaru.

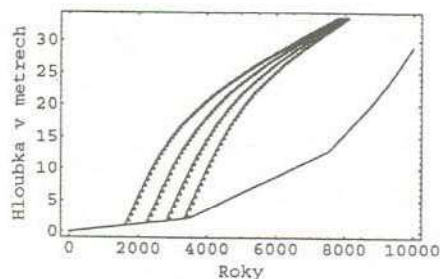
Její tvar můžeme vidět na obr.1.



Vývoj mořské hladiny.

Ted', když máme všechny potřebné údaje, dosadíme do diferenciální rovnice (1) a nalezneme přibližné řešení $h(t)$. Velikost kroku budeme uvažovat 100 let.

Výsledky obou metod prezentuje obr. 2.



Srovnání simulace růstu korálového útesu metodou Runge-Kuttovou – tečkovaně a metodou fuzzy aproximace – plná čára.

Závěr

Jak je z obrázku vidět, růst útesu je nejprve pomalý, ale postupně se zrychluje. To souhlasí s tím, že čím blíže je korál k hladině, tím má více světla a lepší podmínky k rozmnožování a tedy i růst útesu je rychlejší. Růst útesu pak dosažením hladiny samozřejmě končí.

Z grafického vyjádření na obr. 2 je také patrné, že obě metody (Runge-Kuttova i fuzzy aproximace) dávají pro praxi velmi podobné výsledky.

Literatura

- BOSSCHER, H., SCHLAGER, W.: Computer simulation of reef growth, *Sedimentology* 39, 1992.
 DEMICCO, R., KLIR, G.: Stratigraphic simulations using fuzzy logic to model sediment dispersal, *Journal of Petroleum Sci. And Engineering*, 2001.
 FISCHER, P.: Sorites paradox and vague geographies. IFSA. Volume 113, Number 1. North Holland. 2000. ISSN 0165-0114.
 NOVÁK, V.: Základy fuzzy modelování. Praha : BEN, 2000. ISBN 80-7300-009-1.
 PERFILIEVA, I., CHALDEEVA, E.: Fuzzy Transformation. Proc. IFSA'2001. World Congress, Vancouver, Canada.
 PLŠKOVÁ, D.: Fuzzy logika v modelování geografických reliéfů. Ostravská univerzita. Ostrava. 2003.

SOME WAYS OF THE GEOGRAPHICAL MODELLING WITH HELP OF THE FUZZY SETS

Summary

Fuzzy logic was founded in the half of sixties by L. Zadeh. It was popular in the end of the 80's for its fascinated applications. Fuzzy logic proves inaccurate dates. It is its great advantage, that is why it is often used in different applications. One of them is modelling of geographical relief. Objective of this paper is to create of the formation coral reef. For its construction the method of F – transformation was used. This is the method which substitutes function of complicated calculation its approximation and makes the result simple. I used this method to resolve complicated differential equation with descriptions of the formation coral reef. Method of fuzzy approximation, on the base of linguistic description or relation access, is often useful method for construction of mathematical models, where we did not know exact description. This method is acceptable for modelling geographical processes where we have only historical dates. The model was compared with other model, which were arisen by other methods. And it showed advantage of use of F - transformation method.

Recenzovali: Prof. RNDr. Eva Michaeli, PhD.
 RNDr. Vladimír Čech, PhD.